FDTD 法による方形パッチアンテナ解析の準静近似を利用した高精度化

有馬　卓司[†a)]（学生員）　　宇野　　亨[†]（正員）
高橋　応明[†]（正員）

Improvement of FDTD Calculation Accuracy for Analyzing Rectangular Patch Antenna by Using Quasi-static Approximation

Takuji ARIMA[†a)], *Student Member*, Toru UNO[†], and Masaharu TAKAHASHI[†], *Regular Members*

[†] 東京農工大学工学部，小金井市
Tokyo University of Agr. & Tech., 2–24–16 Koganei-shi, 184–8588 Japan
a) E-mail: t-arima@cc.tuat.ac.jp

あらまし　FDTD 法はモデル化が簡単で実用的なレベルでの精度が容易に得られることから，パッチアンテナなどの平面アンテナの解析にしばしば用いられてきた．しかしながら，パッチアンテナの共振周波数を極めて正確に求めようとすると，セルサイズを非常に細かくしなければならない．これはアンテナ導体端部近傍の電磁界の変化が急激になるためであると考えられる．そこで本論文では，方形パッチアンテナの導体エッジ近傍セル内の電磁界を準静近似し，電磁界の空間的な変化を FDTD 法に組み入れることにより，セルサイズを細かくすることなく高精度に解析する手法を提案する．

キーワード　FDTD 法，準静近似，方形パッチアンテナ

1. ま え が き

近年，移動体通信などの分野でアンテナの小型化や高性能化に関する研究がさかんに行われており，マイクロストリップアンテナ等の平面アンテナが注目されている．この解析には一般にモーメント法 [1] や FDTD 法 (Finite Difference Time Domain method) [2], [3] などが用いられることが多い．なかでも FDTD 法は複雑な構造の解析対象でも容易にモデル化できるために近年特に注目されている．しかしパッチアンテナの共振周波数を正確に求めようとすると，セルサイズを極めて細かくする必要がある [4]．FDTD 法は計算時間と解析に必要なメモリが，セル数に比例するために多くの計算時間とメモリを必要とし，場合によっては実用的な時間内で計算できないこともある．このような問題を解決する手法として，半無限導体端部における電磁界の特異性を FDTD 法に組み入れる方法 [5], [6] が提案されている．しかしこの方法は，自由空間中の半無限導体板に対する静電界を利用しているために，誘電体を考慮できていない．そのため，複雑な形状を有するパッチアンテナには必ずしも十分とはいえない．

一方，筆者らは誘電体基板上の線状アンテナ導体近傍の電磁界を準静近似し，電磁界の空間的変化を FDTD 法に組み入れることによってこの問題を解決した [7], [8]．この手法は本来プリントダイポールアンテナなどの誘電体基板上線状アンテナに対して提案されたものであるが，本論文ではこの手法を方形パッチアンテナに対して適用した．ただし，パッチアンテナの断面内では TEM 線路に対する電磁界分布でよく近似できると考えられることから，本論文ではこれを利用した簡便な手法を提案している．本論文の妥当性は理論的，実験的に検討する．

2. 準静近似を利用した FDTD 法

図 1 のようなマイクロストリップ線路はわずかな不連続部分があってもほぼ TEM 線路として動作し，y–z 面内の電磁界は静電界，静磁界によって精度良く近似できる [9], [10]．この静電界，静磁界をスカラポテンシャル ϕ から求めると

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E}(y,z) &= -\nabla\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z} \\ \boldsymbol{H}(y,z) &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\hat{x}\times\boldsymbol{E}(y,z) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

となる．これはマイクロストリップ導体上の電荷分布がわかっている場合に便利な式である．一方，マイクロストリップ上に流れる電流 J_x によるベクトルポテンシャル A_x からも静磁界，静電界を求めることができて

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{H}(y,z) &= \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}\hat{y} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\hat{z}\right) \\ \boldsymbol{E}(y,z) &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\boldsymbol{H}(y,z)\times\hat{x} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

となる．式 (1)，(2) は表現は異なるが，ともに同じ電磁界を表すからどちらを用いてもよい．しかし，誘電体基板の比透磁率は一般に $\mu_r = 1$ となるので，ベクトルポテンシャル A_x を用いたほうが計算は簡単になると考えられる．

そこで，式 (2) を利用して静電磁界の空間的な変化を図 2 に示すような FDTD セルに組み込む方法について説明する．まず，図 2 中の電磁界を

$$E_y(y,z,t) \simeq E_y(P,z,t)\frac{1}{B_P}\frac{\partial A_x}{\partial y} \tag{3}$$

$$H_z(y,z,t) \simeq H_z(Q,z,t)\frac{1}{B_Q}\frac{\partial A_x}{\partial y} \tag{4}$$

と近似する．ここで，$B_P = \partial A_x/\partial y|_P$，$B_Q = \partial A_x/\partial y|_Q$ である．これらを図 2 の閉曲線 C に対するファラデーの法則

$$\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mu\boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{S} \tag{5}$$

に代入すると，x 方向の電磁界の変化が小さいことを考慮して

$$\begin{aligned}\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = &-E_x\left(i+\frac{1}{2},j+1,k,t\right)\Delta x\\ &-E_y\left(i,j+\frac{1}{2},k,t\right)\frac{1}{B_P}\\ &\times\{A_x(j+1,k)-A_x(a,k)\}\\ &+E_y\left(i+1,j+\frac{1}{2},k,t\right)\frac{1}{B_P}\\ &\times\{A_x(j+1,k)-A_x(a,k)\}\\ &+0\end{aligned} \tag{6}$$

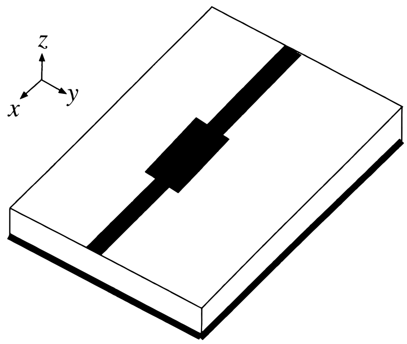

図 1　誘電体基板上マイクロストリップ線路
Fig. 1　Microstrip line.

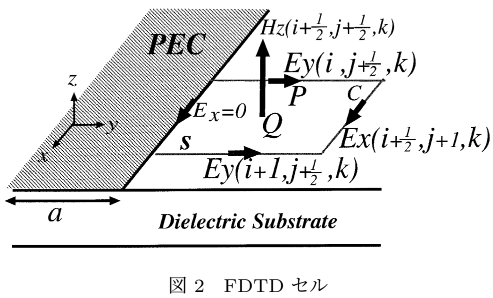

図 2　FDTD セル
Fig. 2　FDTD cell.

及び

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mu_0 H_z\,dS\\ &\quad=\frac{\Delta x\mu_0}{B_Q}\int_a^{(j+1)\Delta y}\frac{\partial H_z}{\partial t}\frac{\partial A_x}{\partial y}dy\\ &\quad=\frac{\Delta x\mu_0}{A_0}\frac{\partial H_z(i+(1/2),j+(1/2),k,t)}{\partial t}\\ &\qquad\times\{A_x(j+1,k)-A_x(a,k)\}\end{aligned} \tag{7}$$

となる．ただし，ここではストリップ導体の幅を $2a$ としている．式 (6)，(7) に $t = n\Delta t$ を代入すると $H_z^{n\Delta t+(1/2)}(Q,z)$ に関する FDTD 表現式を得ることができる．ここでは，x–y 平面のセルに対して適用する場合について示したが，後に示す解析例ではこのような操作を導体エッジ近傍の x–y 面，x–z 面，y–z 面それぞれに適用している．また同様に考えればアンペアの法則

$$\oint_C \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\cdot d\boldsymbol{S} \tag{8}$$

に適用して電界に関する FDTD 表現式を得ることもできる．

3．ベクトルポテンシャル

図 3 に示すような方形パッチアンテナ上の x 方向の電流分布を通常の FDTD 法により計算した．その結果を図 4 に示す．これより方形パッチアンテナ上でも電流密度は導体のエッジに強く集中しており，マイクロストリップ導体と同様の分布であることがわかる．無限に長いマイクロストリップ導体上の電流分布は $J_x(y) = 1/\sqrt{y^2-a^2}$ で精度良く近似できることがわかっており [9]，そのときのベクトルポテンシャル

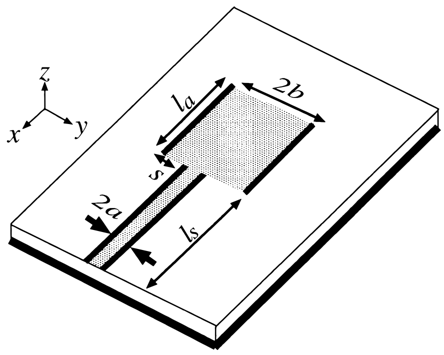

図 3　方形パッチアンテナ
Fig. 3　Rectangular patch antenna.

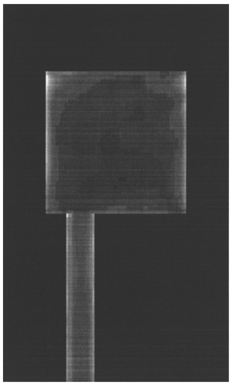

図 4 パッチアンテナ上の電流分布
Fig. 4 Current distribution of patch antenna.

A_x は容易に計算できて

$$A_x(y,z) = \frac{\mu_0 I_s}{2}\left[\log\left\{\frac{u_0+w_0}{2a}\frac{Q_0-z}{Q_0}\right\} - \log\left\{\frac{u+w}{2v}\left(1-\frac{t}{\sqrt{1-k^2}}\right)\right\}\right] \tag{9}$$

と解析的に求まる．ただし，

$$u_0 = \sqrt{(y-a)^2+z^2}, \quad w_0 = \sqrt{(y+a)^2+z^2}$$
$$Q_0 = \sqrt{\left(\frac{u_0+w_0}{2a}\right)^2 - y^2}$$
$$u = \sqrt{(y-a)^2+(z+2d)^2}$$
$$w = \sqrt{(y+a)^2+(z+2d)^2}$$
$$v = \sqrt{a^2+(2d)^2} - 2d$$
$$t = \frac{2(z+2d)}{u+w}, \quad k = \frac{2y}{u+w}$$

である．

図 3 のようなパッチアンテナに対してもこれらの近似を用いることにする．すなわち，ストリップ導体の幅を $2a$，パッチアンテナ導体部の幅を $2b$ とし，電流の y 方向分布を

$$J_x(y) = \begin{cases} \dfrac{I_s}{\sqrt{y^2-a^2}} & (0 < x < l_s) \\ \dfrac{I_a}{\sqrt{y^2-b^2}} & (l_s < x < l_s + l_a) \end{cases} \tag{10}$$

と近似する．ただし，I_s, I_a は定数であり，x 方向には一様であると仮定する．

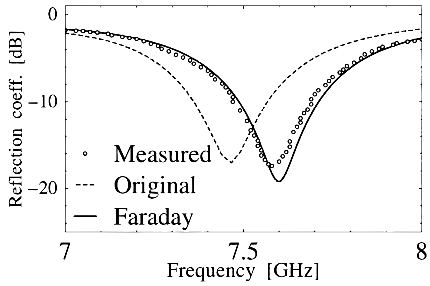

図 5 反 射 係 数
Fig. 5 Reflection coefficient.

4. 解 析 結 果

本論文の有効性を示すために二つの方形パッチアンテナの反射係数を解析した．入射波には Gauss パルスを用いマイクロストリップ線路より給電している．また吸収境界には 6 層の PML 吸収境界条件を用いている．まず，図 3 に示す比較的単純な形状の方形パッチアンテナの反射係数を解析した結果を図 5 に示す．このとき，本手法をマイクロストリップ線路とパッチアンテナのエッジ（図 3 中の太線の部分）近傍のセルに適用している．ただし，$l_a = 16.0$ mm, $2b = 12.45$ mm, $s = 1.95$ mm, $2a = 2.33$ mm であり，誘電体基板の比誘電率は $\varepsilon_r = 2.2$，誘電体基板の厚さは $d = 0.794$ mm である．FDTD 法のセルサイズは $\Delta x = 0.4$ mm, $\Delta y = 0.185$ mm, $\Delta z = 0.265$ mm としている．誘電体基板は厚さ方向に 3 セルで分割される．図 5 より，通常の FDTD 法（図中では Original と略記）は共振周波数の測定値に対して約 1.39%の計算誤差に対し，準静近似を組み込んだ FDTD 法（図中では Faraday と略記）は約 0.33%の計算誤差となり，同一のセルサイズでありながら準静近似を組み込んだ FDTD 法は大幅な精度の向上が見られた．

更に本手法の有効性を確認するために，図 6 に示す方形パッチアンテナの反射係数を解析した．このモデルは本学会マイクロ波シミュレータ研究会により規範問題として提案されているモデルであり [4], [11]，実験は極めて注意深く行われたものである．解析結果を図 7 に示す．FDTD 法のセルサイズは $\Delta x = 0.2$ mm, $\Delta y = 0.2$ mm, $\Delta z = 0.2757$ mm としている．また，誘電体基板の比誘電率は $\varepsilon_r = 3.274$，誘電体基板の厚さは $d = 0.827$ mm である．誘電体基板は厚さ方向に 3 セルで分割される．図 7 より，通常の FDTD 法に比べて本論文による結果（図中では Faraday と略記）は通常の FDTD 法に比べて大幅な精度の向上が確認

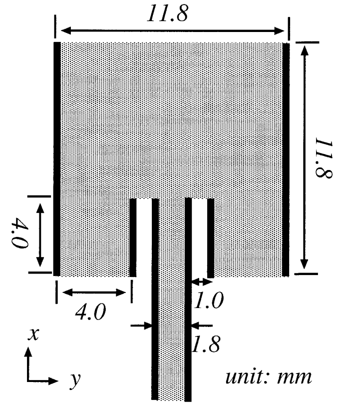

図 6　解析モデル
Fig. 6　Analysis model.

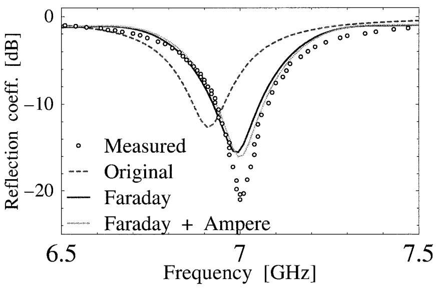

図 7　反 射 係 数
Fig. 7　Reflection coefficient.

できる．更なる精度向上を目的に式 (8) のアンペアの法則にも準静近似を組み込んだ．その結果を図 7 の点線 (Faraday + Ampere) で示す．この結果からわかるように，準静近似をファラデーの法則だけでなくアンペアの法則にも適用することにより若干の精度向上が確認できるものの，その効果は小さい．このとき計算誤差は，通常の FDTD 法が 1.28%に対し，ファラデーの法則に適用したとき 0.213%，ファラデーの法則とアンペアの法則に適用したとき 0.142%となった．

5. む す び

本論文では，方形パッチアンテナを FDTD 法を用いて解析する際にセルサイズを細かくとらずに高精度な解析をする方法について検討した．アンテナ導体近傍では準静近似が精度良く成り立っていると考え，パッチアンテナ近傍の電磁界を準静近似し，その空間的変化を FDTD 法に組み入れた．その結果，本論文の手法は通常の FDTD 法に比べて大幅な精度の向上が見られた．本手法ではファラデーの法則を利用しているが，アンペアの法則を利用しても同様にできる．しかし，一方のみを使えば十分であり，両者を同時に利用してもその効果は少ないことがわかった．

文　　献

[1] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Method, Kirieger, FL, 1982.
[2] K.S. Kunz and R.J. Luebbers, The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.
[3] 宇野　亨，FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析，コロナ社，1998.
[4] 並木武文，坂口柘史，伊藤公一，“FDTD 法を用いたパッチアンテナ解析における計算精度についての一考察，” 信学技報，AP99–12, pp.17–22, May 1999.
[5] D.B. Shorthouse and C.J. Railton, “The Incorporation of Static FieldSolutions Into the Finite Difference Time Domain Algorithm,” IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.40, no.5, pp.986–994, 1992.
[6] 打矢　匡，鈴木康介，柏　達也，“FDTD 解析における TE 波エッジ条件の取扱及びマイクロ波回路解析への応用，” 信学論（C），vol.J83-C, no.12, pp.1069–1075, Dec. 2000.
[7] 有馬卓司，宇野　亨，“誘電体基板上アンテナ FDTD 解析の高精度化，” 信学技報，AP2001-31, pp.79–83, May 2001.
[8] 有馬卓司，宇野　亨，“準静近似を利用した誘電体基板上アンテナ解析の高精度化，” 信学論（B），vol.J85-B, no.2, pp.200–206, Feb. 2002.
[9] R.E. Collin, Field Theory of Guided Wave, 2-nd ed., chap. 3, IEEE Press, 1991.
[10] 安達三郎，米山　努，電波伝送工学，第 3 章，コロナ社，1981.
[11] 田口光雄，“アンテナ設計から見た電磁界シミュレータの使い方と評価，” 信学誌，vol.83, no.11, pp.878–883, Nov. 2000.

（平成 13 年 11 月 16 日受付，12 月 25 日再受付）